

# Měření kapacit a indukčností

## Zadání

### Úkol:

Proměřit kapacity kondenzátorů a indukčnosti cívek různými metodami.

### Potřeby:

Krabička s měřenými kondenzátory, měřené cívky s jádrem, 3 digitální univerzální měřicí přístroje, zdroj stejnosměrného napětí, zdroj střídavého napětí, odporové dekády, posuvné odpory, osciloskop, univerzální automatický most „RLCG“, vypínač, spojovací vodiče.

## Obecná část

### Měření kapacity $C$ kondenzátoru

Měření kapacity  $C$  kondenzátoru lze provádět řadou různých metod:

- přímou metodou měření kapacity
- nepřímou metodou tří napětí
- nepřímou můstkovou metodou

### Metoda tří napětí

Měřený kondenzátor s kapacitou  $C$  a svodovým odporem  $R_s$  zapojíme do série se známým odporem  $R$ . V tomto obvodu budeme měřit následující trojici napětí:

- $U_R$  na odporu  $R$ ,
- $U_C$  na kapacitě  $C$ ,
- $U$  na celé sériové kombinaci „RC“.

Po dosažení za fázový posun  $\varphi$ , dostaneme po několika úpravách pro měřenou kapacitu výraz

$$C = \frac{1}{4\pi f R U_C^2} \cdot \sqrt{4U_R^2 U_C^2 - (U - U_R - U_C)^2} \quad (1)$$

## Můstková metoda

Rovnice (1) představuje tzv. *amplitudovou podmínku* (ta je ekvivalentní podmínce rovnováhy stejnosměrného můstku pro odpory  $R$ ) a rovnice specifická pro střídavé můstky je nazývána tzv. *fázovou podmínkou*.

Můstkové měření používáme tehdy, když jednu kapacitu známe (např. z předcházejících měření) a druhou chceme určit. Rovnováhu na můstku pak ustavujeme změnou odporů  $R_2$  a  $R_3$  na dekádách.

## Měření indukčnosti $L$ cívky

Prochází-li uzavřeným vodičem proud  $I$ , prostupuje plochou vymezenou tímto vodičem magnetický indukční tok  $\Phi$ , jehož velikost je přímo úměrná proudu.

Je fyzikální veličinou, jež se nazývá **indukčnost** daného vodiče. Tato veličina je dána pouze geometrií příslušného vodiče a magnetickými vlastnostmi prostředí, jež vodič obklopuje – závisí tedy na relativní permeabilitě  $\mu_r$  okolního prostředí, a proto nelze indukčnost vodiče považovat za konstantu (zejména to platí pro feromagnetická prostředí)! Jednotkou indukčnosti v soustavě SI je jeden henry (1 H).

V případě přímé cívky je její indukčnost dána počtem  $N$  závitů, délkou  $l$  mezi krajními závity a plošným obsahem  $S$  jednoho závitu.

Platí:

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{l}, \quad (2)$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua a  $\mu_r$  právě relativní permeabilita prostředí, jež se nachází v dutině cívky.

Rovněž měření indukčností  $L$  cívek lze provádět různými metodami.

Například:

- přímou metodu měření indukčnosti,
- nepřímou můstkovou metodu.

## Přímá metoda

Prochází-li obvodem s cívkou o indukčnosti  $L$  stejnosměrný proud, projeví se indukčnost cívky jen při zapnutí a vypnutí proudu. Z ustálených hodnot stejnosměrného napětí a proudu určíme snadno určit odpor  $R$  dané cívky jako  $R = \frac{U}{I}$ .

Jestliže ale bude obvodem procházet proud střídavý projeví se kromě odporu  $R$  také induktance cívky  $X_L$  a cívka bude představovat celkovou impedanci  $Z$ , kterou opět určíme z Ohmova zákona, tentokrát ale z hodnot střídavého napětí  $U$  a střídavého proudu  $I$ .

I když ve skutečnosti nelze oddělit odpor  $R$  a indukčnost  $L$  dané cívky od sebe, můžeme při výpočtu impedance  $Z$  vyjít z přibližného předpokladu, že reálnou cívku představuje sériová kombinace obou jejích prvků.

Platí:

$$\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{\Delta Z}\right)^2 \cdot \Delta^2 R + \left(\frac{\Delta L}{\Delta Z}\right)^2 \cdot \Delta^2 R} = \frac{1}{\omega^2 L} \cdot \sqrt{\Delta^2 R + \Delta^2 Z}, \quad (3)$$

kde  $\Delta L$  je změna indukčnosti cívky,  $\Delta R$  je změna odporu a  $\Delta Z$  vyjadřuje celkovou změnu impedance.

## Můstková metoda

Můstkové měření používáme tehdy, když jednu kapacitu známe (např. z předcházejících měření) a druhou chceme určit. Rovnováhu na můstku pak ustavujeme změnou odporů  $R_3$  a  $R_4$  na dekádách.

Jejich postupnou úpravou získáme nakonec následující rovnici:

$$\left(\frac{L_1^2}{L_2^2} - \frac{R_3^2}{R_4^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{\omega^2 L_2^2}{R_2^2}\right) = 0 \quad (4)$$

I toto můstkové měření indukčností cívek používáme tehdy, když jednu z indukčností známe z předcházejících měření a druhá je pro nás neznámá.

## Úkoly

Byla změřena kapacita jednoho kondenzátoru přímou metodou.

Byla změřena kapacita téhož kondenzátoru metodou tří napětí. Úloha byla měřena při pevném odporu  $R$  zapojeném v sérii s kapacitou. Tento odpor byl volen tak, aby napětí na kapacitě  $U_C$  a odporu  $U_R$  byla srovnatelná! Kapacita kondenzátoru byla počítána ze vztahu (1).

Znovu byla použita metoda tří napětí, tentokrát bylo konstantní napětí  $U$  na sériové kombinaci „RC“ a měněny hodnoty sériově připojeného odporu  $R$ .

Byla určena přímou metodou indukčnost  $L$  jedné z cívek. Nejprve byl změřen odpor  $R$  cívky ve stejnosměrném zapojení, a poté ve střídavém zapojení celkovou impedancí  $Z$  téže cívky. Při zapojení se zdrojem střídavého napětí bylo měření prováděno pouze při malých hodnotách napětí  $U$  (do tří voltů), jinak se ve výsledku projeví růst relativní permeability  $\mu_r$  jádra cívky s rostoucím napětím!

Naměřené údaje byly zapsány do tabulky 1, vypočítány hodnoty odporu  $R$  a impedance  $Z$  dané cívky.

Počet	$U$ [V]	$I$ [mA]	$C$ [ $\Delta$ F]	$\Delta C$ [ $\Delta$ F]
1	9,40	18,77	6,36	0,00
2	5,78	11,57	6,37	-0,02
3	1,52	3,04	6,37	-0,01
4	4,24	8,46	6,35	0,01
5	1,27	2,53	6,34	0,02

Tabulka 1: Přímá metoda měření kapacity ( $f = 50$  Hz)

Indukčnosti dalších cívek byly určeny pomocí můstkové metody. Jako známá indukčnost byla použita cívka, která byla již proměřena přímou metodou. Stav rovnováhy můstku byl určován podle minima amplitudy napětěvého signálu na obrazovce osciloskopu.

## Závěr

Pokud bychom hodnotu kapacity změřenou na „RLCG“ můstku považovali za nejlepší, pak všechny metody vykazují přibližně stejně přesné výsledky. Daný kondenzátor byl ale měřen při dvojnásobné frekvenci a hodnota téhož kondenzátoru při frekvenci (1 kHz) se značně liší od kapacity změřené při (100 Hz). Principiálně se měření indukčností neliší od měření kapacit. Výsledky se v tomto případě liší více od hodnot naměřených na mostě „RLCG“, relativní chyby měření se pohybují kolem 9 % (srovnání hodnot získaných na mostě „RLCG“ a ostatními metodami).

Vliv na přesnost má také přesné určení hodnoty kapacity „známého“ kondenzátoru / indukčnosti „známé“ cívky.

## Práce typografa

V dokumentu je používáno písmo Times o základní velikosti 10 pt, vyznačovacím řezem v textu je kurziva. Sazební obrazec je formát A5 zmenšený o okraje 1,54 cm, 2,54 cm, 1,54 cm a 2,54 cm (zleva, shora, zprava a zezdola). Text je zarovnán do bloku s možným dělením slov. Odstavcová zarážka byla definována nulová a odstavec je tedy vyznačen vertikálním bílým místem o velikosti poloviny vzdálenosti dvou účaří. Nadpisy jsou zarovnány na levý okraj bez dělení slov. Pořadová sazba je zarovnána na levý okraj a text v položkách seznamu je odsazen o 1,5 em, označení položky je od jejího textu odsazeno o 0,5 em vlevo.

Další vyznačovací styly:

hlavní nadpis: tučné písmo, velikost 14,4 pt; podnadpis 1. úrovně: tučné, velikost 12 pt; podnadpis 2. úrovně: tučné, velikost 10 pt.

Při volbě typu nadpisů, podnadpisů a tabulky bylo využito převážně přednastavených hodnot  $\LaTeX$ u. Komplikace pouze nastaly v okamžiku rozhodování, zda daný index bude vysázen stojatým písmem nebo matematickou italicou. Do zpracování bylo promítnuto, že pokud daný identifikátor označuje obecnou fyzikální vlastnost (odpor, kapacita, . . .) či součástku (rezistor, kondenzátor), je vysázen stojatým písmem. Zastupuje-li identifikátor jistou hodnotu fyzikální veličiny (velikost odporu, kapacity, . . .), je použita matematická italika.

Poslední překlad systémem  $\LaTeX$  s výstupem do formátu PDF proběhl dne 13. září 2004.